الفصل الثالث: المقاييس الإحصائية الوصفي

1- مقاييس النزعة المركزية:هى قيم مركزية (متوسطة) تتمركز أو تتوزع حولها معظم البيانات.

2- مقاييس التشتت: هى درجة التقارب أو التباعد بين البيانات عن المتوسط .

المقاييس الإحصائية الوصفية

مقاييس النزعة المركزية

- الوسط الحسابي
- الوسيط
- المنوال

مقاييس التشتت

- المدى
- التباين والانحراف المعياري

مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابي)

1- الوسط الحسابي

يعرف الوسط الحسابي لمجموعة من البيانات، بأنه حاصل جمعها مقسوماً على عددها، يرمز للوسط الحسابي بالرمز μ ليمثل متوسط المجتمع أو $\bar{x}$ ليمثل متوسط العينة.

طرق حسابه في حالة البيانات الغير مبوبة

(بيانات المجتمع):

$$\mu_x = \frac{\sum x}{N}$$

حيث: $\sum x$: مجموع بيانات المجتمع

N: عدد بيانات المجتمع

(بيانات العينة):

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

حيث: $\sum x$: مجموع بيانات العينة

n: عدد بيانات العينة

مقاييس النـزعة المركزية (الوسط الحسابي)

- **مثال :**

احسب الوسط الحسابى للأجور اليومية بالدولار للعينة التالية المكونة من خمس عمال باحدى القطاعات:

50 70 80 90 60

الحل:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{(50+70+80+90+60)}{5} = \frac{350}{5} = 70\$$$

يراعى أن يكون الوسط الحسابى بين أصغر قيمة و أكبر قيمة ضمن البيانات

مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابي)

- **مثال:**
- شركة لديها 6 مصانع موزعة فى مناطق مختلفة لانتاج نفس المنتج وتبلغ السعة الانتاجية للوحدات من هذا المنتج فى هذه المصانع كما يلى:

3000 2000 1000 3500 2500 1200

و المطلوب: حساب متوسط انتاج الشركة من هذا المنتج.

الحل:

$$\mu_x = \frac{\sum x}{N} = \frac{(1200+2500+3500+1000+2000+3000)}{6} = \frac{13200}{6} = 2200$$ وحدة

مقاييس النـزعة المركزية (الوسط الحسابي)

- <u>المتوسط المرجح:</u> ($\overline{X}_w$)
- The weighted average
- هو مجموع حواصل ضرب القيم فى أوزان مخصصة لكل منها مقسوم علي مجموع هذة الاوزان.

$$\overline{x_w} = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + \ldots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n} = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}$$

- حيث $X_1, X_2, \ldots, X_n$ هى قيم العينة, و التى لها الاوزان $W_1, W_2, \ldots, W_n$

- **مثال :**

أوجد المتوسط المرجح لدرجات أحد الطلاب فى ثلاث مقررات باحد الفصول الدراسية حيث كانت درجاته هى 50 , 70 , 40 وكانت الساعات المعتمدة هى 4 ,3 ,2على الترتيب.

الحل:

$$x : 40,70,60$$

$$w : 2,3,4$$

$$\overline{x_w} = \frac{\sum wx}{\sum w} = \frac{(2)(40)+(3)(70)+(4)(50)}{2+3+4}$$

$$\overline{x_w} = \frac{80+210+200}{9} = \frac{490}{9} = 54.4$$

مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابي)

مزايا وعيوب الوسط الحسابي

المزايا

- تدخل جميع القيم في حسابه.
- سهولة حسابه والتعامل معه جبرياً.
- يعتبر الأساس في معظم عمليات الإحصاء الاستدلالي.
- لا يحتاج في حسابه إلى ترتيب البيانات

العيوب

- لا يمكن إيجاده للبيانات الوصفية.
- يتأثربالقيم الشاذة (المتطرفة).
- لا يمكن إيجاده بالرسم.

مقاييس النزعة المركزية (الوسيط)

2- الوسيط

هو القيمة العددية التي تقل عنها نصف البيانات (50%) ويزيد عنها النصف الآخر. ويرمز له بالرمز (m). ويعرف كذلك بأنه مقياس الموقع لأن قيمته تعتمد على موقعه في البيانات.

طرق حسابه (في حالة البيانات غير المبوبة)

إذا كانت $x_1, x_2, \ldots, x_n$ تمثل n من بيانات العينة

لإيجاد الوسيط يجب اتباع الآتي:

1- ترتيب البيانات تصاعديا أو تنازليا.

2- نوجد موقع الوسيط = $\frac{n+1}{2}$

إذا كان الناتج عدد صحيح فان

الوسيط هوالقيمة التي تقع في هذا الموقع مباشرة

إذا كان الناتج كسر فان

الوسيط هو متوسط القيمتين التي وقع الوسيط بينهما.

مقاييس النزعة المركزية (الوسيط)

- **مثال:**

احسب وسيط الأجور اليومية بالدولار للبيانات الآتية والتي تمثل عينتين من العمال مختارتين من شركتين مختلفتين:

العينة (1) :	50	70	80	90	60	
العينة (2) :	50	70	80	90	60	100

- **الحل:**
- **العينة (1) :** لحساب قيمة الوسيط :

1- نرتب القيم تصاعديا فتصبح

90 80 70 60 50

2- نوجد موقع الوسيط $= \frac{n+1}{2} = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$ **(الناتج عدد صحيح)**

، حيث أن الناتج عدد صحيح إذن الوسيط هو القيمة التي موقعها 3

- نجد ان قيمة الوسيط = $\boldsymbol{m} = \mathbf{\$70}$

مقاييس النزعة المركزية (الوسيط)

- **العينة (2) :** **50 70 80 90 60 100**
- لحساب قيمة الوسيط:

1- نرتب القيم تصاعديا فتصبح

50 60 70 80 90 100

2- *نوجد موقع الوسيط وهو* $= \frac{n+1}{2} = \frac{6+1}{2} = \frac{7}{2} = 3.5$ *(عدد كسرى)*

حيث أنه عدد كسري اذن الوسيط هو متوسط القيمتين التي موقعهما 3و 4

نجد ان الوسيط =m= $\frac{70+80}{2} =$ **$75**

مقاييس النزعة المركزية (المنوال)

3- المنوال

هو المفردة ذات القيمة الأكثر شيوعا أو تكراراً.ويرمز له بالرمز D

<u>مثال:</u>

البيانات التالية تمثل أعمار خمسه من الطلبة في إحدى الجامعات

20 20 18 21 25
20

أوجد المنوال ؟

<u>الحل:</u>

المنوال = القيمة الأكثر تكراراُ

المنوال =20

مقاييس النزعة المركزية (المنوال)

- **<u>مثال :</u>(بيانات وصفية)**

البيانات الآتية تمثل تقديرات 10 طلاب فى المدخل الى علم النفس:

D C D B A C D F D F

اوجدى منوال التقديرات لهؤلاء الطلاب.

<u>الحل:</u>

المنوال = D

مقاييس النزعة المركزية (المنوال)

مثال: (بيانات لها اكثر من منوال)

البيانات التالية تمثل عدد الأشخاص في عدد من الشقق السكنية أوجد المنوال لهذه البيانات:

5 3 4 7 9 4 5 4 7 7 2

الحل:

هناك منوالان : المنوال الأول = 4 ، المنوال الثاني = 7 , لأن كليهما تكررا ثلاث مرات أكثر من غيرهما.

مقاييس النزعة المركزية (المنوال)

- مثال:(بيانات لا منوال لها)

البيانات التالية تمثل الوزن لمجموعة من الأشخاص اوجد المنوال:

50 55 45 40 49

الحل:

لا يوجد منوال لأن جميع القيم لها نفس التكرار.

مقاييس التشتت (المدى)

1- المدى

هو الفرق بين أكبر قيمة وأقل قيمة من البيانات، ويرمز له بالرمز (R).

مثال:

البيانات الآتية تمثل أسعار سهم شركة معينة خلال خمسة أيام بالجنية المصري:

50 70 80 90 60

احسب المدى.

الحل: اكبر قيمة = 90

اقل قيمة = 50

المدى=R= 90-50 = 40 جنية مصري

مقاييس التشتت (التباين والانحراف المعياري)

- **الانحراف المعياري** هو الجذر التربيعي الموجب للتباين.

مثال:

*إذا علمت أن قيمة التباين لعينة ما تساوي 25 فإن الانحراف المعياري لنفس العينة يساوي.....5.....

*إذا علمت أن قيمة الانحراف المعياري لعينة ما تساوي 3 فإن قيمة التباين لنفس العينة يساوي.. .9....

- قيمة التباين والانحراف المعياري لا بد أن تكون موجبة أو مساوية للصفر

- في حالة تساوي جميع قيم البيانات فهذا يعني أنه لا يوجد تفاوت أو تشتت بين البيانات أصلا.

- كلما اقتربت قيمة التباين أو الانحراف المعياري من الصفركلما أصبحت البيانات قريبة من التجانس.

مقاييس التشتت (التباين والانحراف المعياري)

طرق حسابه في حالة البيانات غير المبوبة

إذا كانت $x_1, x_2, \ldots, x_n$ تمثل n من بيانات العينة ، بمتوسط حسابي ($\bar{x}$) ، وكانت هذه المشاهدات تعبر عن عينة مأخوذة من مجتمع الدراسة ، فإن :

هناك طريقة مختصرة لحساب الانحراف المعياري كتالي:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left[\frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n}\right]}{n-1}}$$

$$S = \sqrt{S^2}$$

مقاييس التشتت (التباين والانحراف المعياري)

مثال:

أوجد التباين والانحراف المعياري لعدد مرات التداول اليومي خلال أيام العمل الرسمية من أحد حسابات بنك ما: 4 7 3 0 8

x	8	0	3	7	4	$\sum x = 22$
x^2	64	0	9	49	16	$\sum x^2 = 138$

التباين

$$S^2 = \frac{\sum x^2 - \left[\frac{\left(\sum x\right)^2}{n}\right]}{n-1}$$

$$S^2 = \frac{138 - \left[\frac{(22)^2}{5}\right]}{4} = \frac{138 - 96.8}{4} = \frac{41.2}{4} = 10.3$$

الانحراف المعيارى

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{10.3} = 3.21$$

مثال :

احسبي الانحراف المعياري للأجور اليومية بالدولار للعينة التالية المكونة من خمس عمال بإحدى القطاعات : 50 70 80 90 60

x	60	90	80	70	50	$\sum x = 350$
x^2	3600	8100	6400	4900	2500	$\sum x^2 = 25500$

التباين

$$S^2 = \frac{\sum x^2 - \left[\frac{\left(\sum x\right)^2}{n}\right]}{n-1}$$

$$S^2 = \frac{25500 - \left[\frac{(350)^2}{5}\right]}{4} = \frac{25500 - 24500}{4} = 250$$

الانحراف المعياري

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{250} = 15.81$$

العلاقة بين المتوسطات والتشتت (معامل الاختلاف)

1- معامل الاختلاف

هو معامل نسبي يستخدم للمقارنة بين تشتت ظاهرتين أو أكثر مختلفتين في وحدة القياس أو في القيمة المتوسطة لهما. والظاهرة التي معامل اختلافها أكبر تكون أكثر تشتتاً من الأخرى. ويرمز له بالرمز c.v.(x)

طرق حسابه

حسابه من بيانات العينة	حسابه من بيانات المجتمع
$c.v.(x) = \frac{S}{\bar{x}} \times 100 \quad \%$	$c.v.(x) = \frac{\sigma}{\mu} \times 100 \quad \%$

العلاقة بين المتوسطات والتشتت (معامل الاختلاف)

- **مثال:**
- فى دراسة لمستوى أداء طلاب المرحلة الثانوية فى المدارس الحكومية (A) و الخاصة (B) فى اختبار القدرات و القياس, تم اخذ عينتيين عشوائيتين من المجتمعين محل الدراسة فكانت النتائج التالية:

	المقاييس الوصفية لاختبار القدرات و القياس	
	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري
طلاب المدارس الحكومية (A)	65	8
طلاب المدارس الخاصة (B)	70	15

- المطلوب أيهما اكثر تشتتا مجتمع طلاب المدارس الحكومية أم الخاصة؟

العلاقة بين المتوسطات والتشتت (معامل الاختلاف)

- **الحل:**

$$c.v.(A) = \frac{s_A}{\bar{x}_A} X100 = \frac{8}{65} X100 = 12.3\%$$

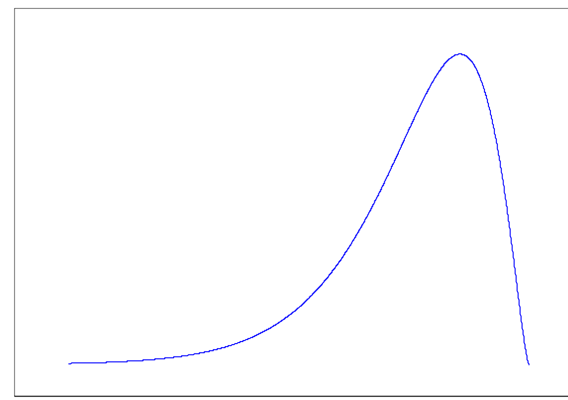
$$c.v.(B) = \frac{s_B}{\bar{x}_B} X100 = \frac{15}{70} X100 = 21.4\%$$

- مجتمع طلاب المدارس الخاصة اكثر تشتتا من مجتمع طلاب المدارس الحكومية.

العلاقة بين المتوسطات والتشتت (معامل الالتواء)

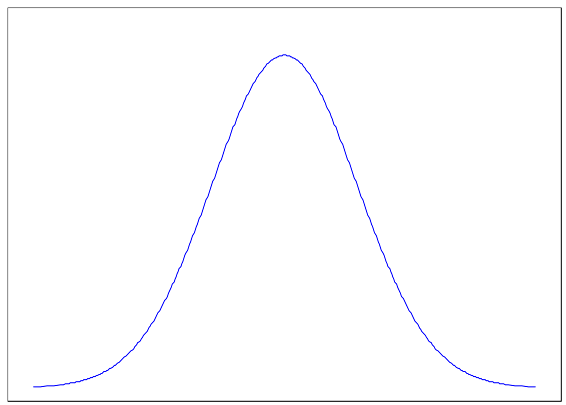
2- معامل الالتواء

هو درجة بُعد المنحنى التكراري عن التماثل. ويقصد بالتماثل أنه إذا أسقطنا عموداً من قمة المنحنى التكراري وقسمه إلى قسمين منطبقين يكون التوزيع متماثلاً. والعكس فيكون التوزيع غير متماثل أي ملتو إما إلى جهة اليمين أو إلى جهة اليسار.



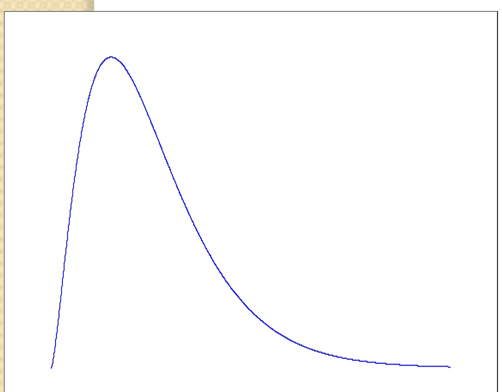
التوزيع غير متماثل
وملتو من جهة اليسار
معامل الالتواء = قيمة سالبة

$$\bar{x} < m < D$$



التوزيع متماثل
معامل الالتواء = 0

$$\bar{x} = m = D$$



التوزيع غير متماثل
وملتو من جهة اليمين
معامل الالتواء = قيمة موجبة

$$\bar{x} > m > D$$

طريقة حسابه

معامل الالتواء الأول (يحسب عن طريق المنوال)

$$s.k.(I) = \frac{\bar{x} - D}{S}$$

معامل الالتواء الثاني (يحسب عن طريق الوسيط)

$$s.k.(II) = \frac{3(\bar{x} - m)}{S}$$

العلاقة بين المتوسطات والتشتت (معامل الالتواء)

مثال:

الجدول التالي يعطي بعض المقاييس الوصفية لمبالغ الاستثمارات (بالمليون ريال) لـ(40) شركة، و المطلوب قياس معامل الالتواء المناسب لهذه البيانات:

الانحراف المعياري	المنوال	الوسط الحسابي
10.43	153	152

الحل:

$$s.k.(I) = \frac{\bar{x} - D}{S} = \frac{152 - 153}{10.43} = \mathbf{-0.096}$$

شكل توزيع مبالغ الاستثمارات لهذه الشركات ملتو جهة اليسار.

العلاقة بين المتوسطات والتشتت (معامل الالتواء)

مثال:

الجدول التالي يوضح بعض المقاييس الوصفية للمصروفات(بالمليون ريال) لـ(50) شركة، والمطلوب دراسة تماثل توزيع المصروفات لهذه الشركات:

الانحراف المعياري	الوسيط	الوسط الحسابي
8.27	62.67	65.52

الحل:

$$s.k.(II)=\frac{3(\bar{x}-m)}{S}=\frac{3(65.52-62.67)}{8.27}=\mathbf{1.03}$$

التوزيع موجب الالتواء فهو ملتو جهة اليمين.